

## 1. МОДЕЛИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПОТЕРЬ

1. Подсчитайте среднее значение и коэффициент вариации выплат по договору страхования жизни на один год с зависимостью страховой суммы от причины смерти. Страховая сумма при смерти от несчастного случая  $b_1 = 500\,000$  руб., а при смерти от "естественных" причин  $b_2 = 100\,000$  руб. Вероятность смерти в течение года от несчастного случая  $q^{(1)} = 0,0005$ , а вероятность смерти в течение года от "естественных" причин  $q^{(2)} = 0,0020$ .

2. Распределение размера страхового возмещения для договоров страхования автомобилей задается таблицей

размер страхового возмещения	вероятность
20	0,15
30	0,10
40	0,05
50	0,20
60	0,10
70	0,10
80	0,30

Какова доля страховых возмещений, которые отличаются от своего среднего значения меньше, чем на одно стандартное отклонение?

3. Величина индивидуального убытка  $X$  по договору за некоторый период времени представима в виде:

$$X = IY,$$

где  $I$  – индикатор события "произошел страховой случай", а  $Y$  описывает величину ущерба вследствие страхового случая.

Известно, что

- 1) нетто-премия равна 2,
- 2) дисперсия случайной величины  $Y$  равна 16,
- 3) дисперсия случайной величины  $X$  равна 30.

Определите вероятность наступления страхового случая и средний размер страхового возмещения.

4. Предположим, что вероятность пожара на застрахованном объекте стоимостью 6 млн руб. равна  $q = 10^{-4}$ . В случае пожара ущерб  $Y$  равномерно распределен от нуля до полной стоимости объекта. Подсчитайте среднее значение и дисперсию потерь по договору  $X$ .

5. Статистический анализ данных о размерах страховых возмещений по некоторому портфелю договоров показал, что если  $Y$  – размер страхового возмещения, то величина  $Z = \ln Y$  имеет нормальное распределение со средним 6,012 и дисперсией 1,792.

Подсчитайте вероятность того, что страховое возмещение превышает 200, но меньше, чем 500.

6. Ежемесячные выплаты страховой компании моделируются как непрерывная положительная случайная величина  $X$  с плотностью, пропорциональной  $(1+x)^{-4}$  (при  $x > 0$ ).

Определите средние выплаты компании за один месяц.

7. Договор группового страхования покрывает медицинские расходы сотрудников небольшой компании. Суммарные годовые выплаты страховщика,  $V$ , даются формулой

$$V = 100\,000Y,$$

где  $Y$  – случайная величина с плотностью вида (ниже  $k$  – некоторая константа):

$$f_Y(y) = \begin{cases} k(1-y)^4, & \text{если } 0 < y < 1; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Чему равна вероятность того, что  $V$  превысит 40 000, при условии, что  $V$  больше, чем 10 000?

8. Время от момента приобретения оборудования до момента его отказа имеет экспоненциальное распределение со средним 10 лет. Владелец оборудования решил застраховать его на случай раннего отказа. По условиям договора страховая компания выплачивает определенную страховую сумму  $x$  в случае отказа в течение первого года эксплуатации, 50% от этой суммы в случае отказа в течение второго или третьего года эксплуатации и не платит ничего, если оборудование проработает без отказа три года.

Известно, что ожидаемые выплаты страховой компании по этому договору составляют 1000. Найдите размер страховой суммы  $x$ .

9. В небольшом приморском городе годовые потери от штормов, пожаров и хищений имущества являются независимыми экспоненциально распределенными случайными величинами со средними значениями 1, 1,5 и 2,4 соответственно.

Найдите вероятность того, что максимальный из этих ущербов будет больше, чем 3.

10. Размер ущерба (в тысячах долларов), причиненного жилым домам ураганым ветром, моделируется независимыми случайными величинами с плотностью

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4}, & \text{если } x > 1; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Предположим, что было заявлено три таких страховых случая. Чему равно среднее значение наибольшего из них?

11. После того как страховая компания получает уведомление о пожаре на застрахованном объекте, производится предварительная оценка  $X$  величины страхового возмещения. Пусть  $Y$  – реальное страховое возмещение, выплаченное страхователем после окончательного урегулирования страхового случая.

Статистический анализ деятельности компании за предыдущие годы показал, что совместное распределение случайных величин  $X$  и  $Y$  имеет плотность

$$f(x, y) = \frac{2}{x^2(x-1)} y^{-\frac{2x-1}{x-1}}, \quad x > 1, \quad y > 1.$$

Допустим, что известна предварительная оценка величины страхового возмещения  $X = x$ . Насколько в среднем отличается реальное страховое возмещение, выплаченное страхователю после окончательного урегулирования страхового случая, от этой оценки?

12. Для того, чтобы покрыть потери  $Y$ , которые равномерно распределены на отрезке  $[0, 1000]$ , рассматривается вопрос о заключении договора страхования.

Чтобы уменьшить премию, страховая компания предложила страхователю заключить договор страхования чрезмерных потерь, в соответствии с которым страхователь самостоятельно покрывает потери до некоторого предела  $d$ , а остаток оплачивает страховщик. Иначе говоря, страховщик оплачивает потери за вычетом суммы  $d$  (и не платит ничего, если потери, меньше, чем  $d$ ). На каком уровне нужно установить вычет, чтобы средняя тяжесть страхового случая снизилась в 4 раза?

13. Компания продает договоры страхования автомобилей на один год с простым вычетом  $d = 2$ . Вероятность того, что договор приведет к страховому случаю, равна  $q = 0,05$  (по одному договору за время его действия возможен только один страховой случай). Размер потерь после наступления страхового случая,  $Y$ , имеет распределение вида

$$P(Y = n) = \frac{k}{n}, \quad n = 1, \dots, 5,$$

где  $K$  – некоторая константа.

Определите нетто-премию для этого договора.

14. Вероятность аварии в течение года для определенной марки автомобиля равна  $q = 0,1$ , а величина ущерба после аварии,  $Y$ , имеет распределение Парето со средним значением  $m = 500$  руб. и коэффициентом вариации  $c_Y = \sqrt{3}$ . В соответствии с условиями договора, если ущерб меньше, чем  $d = 100$  руб., то страховая компания его не покрывает; если же ущерб превышает 100 руб., то страховая компания оплачивает лишь ту его часть, которая превышает предел 100 руб.

Подсчитайте вероятность того, что убыток будет заявлен, и определите распределение величины страхового возмещения. Как повлияло введение вычета на размер нетто-премии по этому договору?

15. Вероятность попасть в аварию в течение года для определенной марки автомобиля равна  $q = 0,1$ , а величина ущерба после аварии,  $Y$ , имеет распределение Парето со средним значением  $m = 500$  руб. и коэффициентом вариации  $\sqrt{3}$ .

Для защиты от этого риска был заключен договор страхования чрезмерных потерь с возвращенным вычетом в размере  $d = 100$  руб. Иначе говоря, если ущерб меньше, чем  $d = 100$  руб., то страховая компания его не покрывает; если же ущерб превышает 100 руб., то страховая компания полностью его оплачивает. Подсчитайте нетто-премию.