## 2. Модели наступления страховых случаев

1. В некотором городе каждую неделю происходит 7 автомобильных катастроф. Предположим, что каждая отдельная катастрофа с равной вероятностью может произойти в любой день недели и дни, в которые происходят катастрофы – независимы.

Неделю, в которую катастрофы равномерно распределены по дням недели (т. е. в день происходит ровно одна катастрофа), назовем "обычной", а неделю, которая содержит дни, в которые произошло не менее двух катастроф, назовем "катастрофической".

Найдите среднее число "обычных" и "катастрофических" недель в течение трех лет.

2. Число страховых случаев за один месяц моделируется случайной величиной $\nu$ с распределением:

$$P(\nu = n) = \frac{1}{(n+1)(n+2)}, \qquad n \geqslant 0.$$

Найдите вероятность того, что за месяц произойдет хотя бы один страховой случай, если известно, что число страховых случаев за этот месяц не превосходит 4.

3. Срвместное распределение числа торнадо в странах A и B задается таблицей

| | | годовое число торнадо в стране B | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Годовое число | 0 | 0,12 | 0,06 | 0,05 | 0,02 |
| торнадо | 1 | 0,13 | 0,15 | 0,12 | 0,03 |
| в стране A | 2 | 0,05 | 0,15 | 0,10 | 0,02 |

Подсчитайте условную дисперсию годового числа торнадо в стране B при условии, что в стране A не было ни одного торнадо.

4. Число страховых случаев, заявленных на протяжении одной недели, является случайной величиной $\nu$ с распределением

$$P(\nu = n) = \frac{1}{2^{n+1}}, \qquad n \geqslant 0.$$

Кроме того, число страховых случаев, заявленных на протяжении недели, не зависит от числа страховых случаев, заявленных на протяжении любой другой недели.

Подсчитайте вероятность того, что за две недели будет заявлено ровно 7 страховых случаев.

5. Актуарий изучал вероятность попадания в аварию хотя бы один раз в год для различных возрастных категорий водителей. Результаты его исследования приведены в таблице

| Номер группы | Возраст водителя | Доля среди всех водителей | Вероятность хотя бы одной аварии в год |
|---|---|---|---|
| 1 | до 25 лет | 8% | 0,15 |
| 2 | от 26 до 30 лет | 16% | 0,08 |
| 3 | от 31 до 50 лет | 45% | 0,04 |
| 4 | старше 50 лет | 31% | 0,05 |
| | Всего | 100% | |

При условии, что водитель попал в аварию хотя бы один раз на протяжении года, определите, чему равна вероятность того, что водителю от 26 до 30 лет.

6. Десять процентов договоров из портфеля страховой компании являются договорами с высокой степенью риска, а оставшиеся 90% договоров являются договорами с низкой степенью риска.

Число страховых случаев по одному договору в течение года распределено по закону Пуассона со средним $\theta$; риски, связанные с различными договорами, независимы друг от друга. Для договоров с высокой степенью риска $\theta = 0,6$, а для договоров с низкой степенью риска $\theta = 0,1$.

Сколько в среднем можно ожидать страховых случаев в наступающем году по договору, который в прошлом году привел к одному страховому случаю?

7. Число страховых случаев по одному договору страхования в течение года распределено по закону Пуассона. Для половины договоров среднее число страховых случаев в год равно 2, а для другой половины – 4.

По случайно выбранному договору два года подряд было заявлено по 4 страховых случая в год.

Сколько в среднем можно ожидать страховых случаев по этому договору в следующем году?

8. Компания устанавливает цену на страхование убытков от ураганов, используя следующие предположения:

1) на протяжении одного календарного года не может быть больше одного урагана;

2) вероятность того, что на протяжении одного календарного года будет ураган, равна 0,05;

3) число ураганов на протяжении любого календарного года не зависит от числа ураганов на протяжении любого другого календарного года.

Используя предположения компании, подсчитайте вероятность того, что за 20 лет будет меньше трех ураганов.

9. Актуарий страховой компании установил, что за время действия определенного вида договоров застрахованные заявляют два страховых случая в три раза чаще, чем четыре.

Найдите дисперсию числа заявляемых страховых случаев, если оно имеет распределение Пуассона.

10. Страховая компания заключила 1250 договоров страхования. Число страховых случаев, заявленных по одному договору на протяжении одного года, имеет распределение Пуассона со средним значением 2. Предполагая, что количества страховых случаев, заявленных различными страхователями, не зависят друг от друга, подсчитайте вероятность того, что по всему портфелю за один год будет заявлено от 2450 до 2600 страховых случаев.

11. Распределение числа страховых случаев является рандомизированным пуассоновским распределением со средним значением, которое равномерно распределено на отрезке $[0, 5]$.

Подсчитайте вероятность того, что произойдет по меньшей мере два страховых случая.

12. Известно что

1) число страховых случаев $\nu$ имеет распределение Пуассона со средним $\Lambda$,

2) $\Lambda$ имеет гамма-распределение со средним 1 и дисперсией 2.

Подсчитайте вероятность того, $\nu = 1$.

13. Актуарий компании, занимающейся страхованием автомобилей, установил, что для случайно выбранного застрахованного автомобиля распределение числа страховых случаев, заявленных в течение года, имеет отрицательное биномиальное распределение со средним 0,2 и дисперсией 0,4.

С другой стороны, для каждого конкретного застрахованного автомобиля распределение числа страховых случаев, заявленных в течение года, имеет распределение Пуассона; его параметр для случайно выбранного застрахованного автомобиля имеет гамма-распределение.

Найдите дисперсию этого гамма-распределения.

14. Страховая компания имеет два портфеля договоров страхования. Страховые случаи по портфелю A наступают в соответствии с пуассоновским прцессом со средним 3 случая в год. Страховые случаи по портфелю B наступают в соответствии с пуассоновским процессом со средним 5 случаев в год. Эти два процесса – независимы.

Найдите вероятность того, что по портфелю A 3 страховых случая произойдут раньше, чем 3 страховых случая произойдут по портфелю B.