1. Модели коллективного риска

1. Суммарные потери даются формулой $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_\nu$, где:

1) ν с равной вероятностью принимает только три значения 0, 1 и 2;

2) каждая из величин X_i имеет экспонициальное распределение со средним 0,5;

3) ν, X_1, $X_2, \ldots$ взаимно независимы.

Определите $E[e^S]$.

2. Для размера суммарных потерь $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_\nu$ в модели коллективного риска известно, что:

1) ν имеет биномиальное распределение с числом "испытаний" $N = 5$ и вероятностью "успех" $p = 0.1$;

2) каждая из величин X_i имеет распределение $P(X_i = 1) = p(X_i = 2) = 0,5$;

3) ν, X_1, $X_2, \ldots$ взаимно независимы.

Определите $M_S(0,2)$, где $M_S(t) = Ee^{tS}$ – производящая функция моментов суммарных потерь.

3. Известно, что в модели индивидуального риска при наступлении страхового случая размер ущерба фиксирован. Для аппроксимации модели индивидуального риска с помощью составного пуассоновского рапределения используется два варианта метода эквивалентных замен:

1) первый основан на совпадении средних значений числа страховых случаев, $E\nu$, в обеих моделях,

2) второй метод основан на совпадении вероятностей отсутствия страховых случаев, $P(\nu = 0)$, в обеих моделях.

Пусть V_1 (V_2) – дисперсия числа страховых случаев для составного пуассоновского распределения при первом (втором) приближении. Истинно или ложно неравенство $V_2 < V_1$?

4. В модели коллективного риска распределение суммарных потерь характеризуется следующими данными:

1) распределение числа страховых случаев есть:

$$P(\nu = n) = C_{n+3}^3 (1/2)^{n+4}, \qquad n = 0, 1, 2, \ldots;$$

2) плотность распределения величины страхового возмещения есть:

$$f(x) = 4xe^{-2x} \qquad x > 0.$$

Определите дисперсию распределения суммарных потерь.

5. Распределение общих потерь имеет следующие параметры:

1) распределение числа страховых случаев:

$$P(\nu = 0) = 0,5 \quad P(\nu = 1) = 0,3 \quad P(\nu = 2) = 0,2;$$

2) распределение размера индивидуальных потерь:

$$P(Y = 1) = 0,8, \quad P(Y = 4) = 0,2.$$

Подсчитайте вероятности того, что суммарные потери превысят свое среднее более, чем в два раза.

6. В таблице приведено распределение числа заявленных страховых случаев по некоторому портфелю. Когда происходит страховой случай, размер страхового возмещения равен 0 или 10 с вероятностью 0,8 или 0,2 соответственно. Число страховых случаев и страховые случаи независимы в совокупности.

Подсчитайте вероятность того, что суммарные выплаты по портфелю превысят свое среднее больше, чем на два стандартных отклонения.

n	$P(\nu = n)$
0	0,7
2	0,2
3	0,1

7. Человек старше 65 лет на протяжении одного года покупает лекарства случайное число раз, которое имеет распределение Пуассона со средним 25. При каждой покупке расходы на лекарства равномерно распределены на отрезке $[5, 95]$. Число случаев покупки лекарств и размеры покупок независимы в совокупности.

Определите вероятность того, что общие годовые расходы на лекарства превысят 2 000 (используйте нормальное приближение).

8. В таблице приведены характеристики распределения числа страховых случаев и распределения величины ущерба после наступления страхового случая для модели коллективного риска.

	Среднее значение	Стандартное отклонение
Число страховых случаев	8	3
Размер ущерба	10 000	3 937

Используя нормальную аппроксимацию, определите вероятность того, что суммарные потери превысят 150% от ожидаемых потерь.

9. Грузчики на электроламповом заводе иногда роняют ящики с готовой продукцией. Таблица содержит статистические данные о потерях при погрузке в течение одного месяца. Если общие потери за месяц не превышают 8 000, бригада грузчиков получает премию.

Используя гауссовское приближение, подсчитайте вероятность того, что грузчики получат премию.

Среднее число разбитых ящиков	50
Дисперсия числа разбитых ящиков	100
Средняя стоимость разбитых ламп в одном ящике	200
Дисперсия стоимости разбитых ламп в одном ящике	400

10. Страховая компания обеспечивает страховую защиту концертного зала от потерь вследствие отказов системы электроснабжения. Известно, что

1) число отказов системы электроснабжения в течение года имеет распределение Пуассона со средним 1,

2) распределение величины ущерба вследствие одного отказа системы электроснабжения задается таблицей

x	Вероятность значения x
10	0,3
20	0,3
50	0,4

3) число отказов системы электроснабжения и величины потерь независимы,

4) страхователь оплачивает потери сам до тех пор, пока они не превысят предел 30.

Подсчитайте ожидаемые выплаты страховщика за один год.

11. Число страховых случаев в течение года по договору группового медицинского страхования имеет пуассоновское распределение со средним $\lambda = 500$.

Распределение размера расходов по одному страховому случаю задается таблицей

Расходы	Вероятность
50	0,3
100	0,2
200	0,2
300	0,1
400	0,1
500	0,1

Актуарий страховой компании предполагает, что в наступающем году из-за инфляции медицинские расходы по одному страховому случаю вырастут на 20%.

Подсчитайте среднее значение и коэффициент вариации общих выплат по договору в наступающем году, если будет заключен договор страхования чрезмерных потерь с возвращаемым вычетом в размере $d = 60$.